PYTHAGORAS QUEST

Lösningar till kvalomgångens uppgifter

1. 6 lag skall vardera möta 5 andra lag. Detta blir 30 matcher, men då har vi räknat varje match två gånger; ”A möter B” och ”B möter A” är ju samma match. Antalet matcher blir alltså $6 \cdot 5/2 = 15$

2. 2+**3**=5, 5+**6**=11, 11+**9**=20, 20+**12**=32. Mönstret är att skillnaden mellan två tal ökar med 3 hela tiden. Nästa tal bör alltså vara 32+**15**=47.

3. Om längdskalan är 1:10000 blir areaskalan $(1:10000)^2$ = 1:100000000. Alltså är ön i verkligheten $4 \cdot 100000000\,\text{cm}^2$ = 400000000cm^2.
   Känner man inte till sambandet mellan area- och längdskala kan man tänka att varje cm på kartan motsvaras av 10000 cm i verkligheten. Alltså motsvaras 1 cm^2 = $(1\text{ cm})^2$ av $(10000\text{ cm})^2$ i verkligheten. Resultatet blir förstås detsamma.

4. Eftersom påståendena *b* och *c* är sanna, kan *a* och *b* uteslutas, då de säger helt andra saker.

5. $\dfrac{2009+2009+2009+2009+2009+2009}{2009+2009} = \dfrac{6 \cdot 2009}{2 \cdot 2009} = \dfrac{6}{2} = 3$

6. 30% av 30 pojkar är 9 pojkar. 40% av 20 flickor är 8 flickor. Totalt 17 elever av 50 fick VG. Den procentuella andelen blir $\dfrac{17}{50} = \dfrac{2 \cdot 17}{2 \cdot 50} = \dfrac{34}{100} = 34\%$.

7. Antag att Pontus väger *P* kg, Sylvia väger *S* kg och vågen visar *x* kg fel (för mycket om *x* är positivt, för lite om *x* är negativt, vi vet ju inte vilket ännu). Vi löser problemet med några ekvationer:
   $P + x = 10$
   $S + x = 14$
   $P + S + x = 22{,}5$
   De två första ekvationerna visar att $P + S + 2x = 24$.
   Den tredje visar att $P + S + x = 22{,}5$.
   Skillnaden mellan de två sista ekvationerna är just *x*, som alltså är 24 – 22,5 = 1,5.
   Vågen visar alltså 1,5 kg för mycket. Pontus väger då 8,5 kg.

8. Han kan ta 2 av varje sort (6 st) på första fatet, men den 7:e måste vara den tredje av någon sort – vad skulle det annars vara? Han tar alltså 7 st från första fatet.
   Med samma resonemang kan han ta 7 ostkex och 7 olivkex från det andra fatet, men nästa bit måste vara en pizzabit. Han tar alltså 15 st från andra fatet. Således tar han 22 bitar totalt.

9. Då ett hjul vrider sig ett varv, måste ett mindre eller större hjul vrida sig längre eller kortare beroende på omkretsen. Omkretsen beror endast på diametern och Pi, men Pi är ju samma för alla hjul.

Skall hjul V vrida sig ett varv, måste hjul IV vrida sig 2,5 varv, för hjul V har 2,5 ggr längre diameter (och omkrets).
Skall hjul IV vrida sig 2,5 varv, måste hjul III vrida sig 5 varv, enligt samma resonemang. Även hjul II måste vridas 5 varv, eftersom II och III sitter ihop.
Skall hjul II vridas 5 varv måste hjul I vridas 15 varv.

10. Påståendet är ”Alla kort med cylindrar har randiga baksidor”. Detta betyder att ”Om ett kort har en cylinder, så måste baksidan vara randig”. Baksidan kan vara randig även om det inte är en cylinder på kortet! Ett randigt kort kan alltså ha vad som helst på framsidan, därför behöver vi inte kolla det randiga kortet. En kub kan ha vad som helst på baksidan, så det kortet behöver inte heller kollas. Däremot måste vi kolla så att det inte är en cylinder på det prickiga kortet, för då är ju inte påståendet sant. Vi måste också kolla så att cylinderns baksida är randig. Vi måste alltså kolla korten I och III.

11. Henke har farten 9 m/s, men eftersom bollen är på väg från honom har han farten 5 m/s *jämfört med bollen*. På samma sätt har Zlatan farten 12 m/s *jämfört med bollen*. Båda rör sig mot bollen. Vi kan alltså tänka att Zlatan skall springa 30 m med farten 12 m/s, vilket tar 2,5 s. Henke skall springa 15 m med farten 5 m/s, vilket tar 3 s. Zlatan kommer alltså först efter 2,5 s.

12. Cirkelns omkrets är 8π och radien måste därför vara 4. Då är hela cirkelns area 16π, varav sektorns area är 4π.

13. 27 + 16 + 24 är summan av den lilla triangelns omkrets och den stora triangelns omkrets, eftersom vi i den summeringen får med varje sträcka exakt en gång. Alltså är den stora triangelns omkrets 27 + 16 + 24 – 24 = 43; vi subtraherar den lilla triangelns omkrets, som ju inte skall räknas med.

14. (6 - *a*), (6 - *b*) etc. är ju också heltal. Produkten av fem heltal skall bli 45.
$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$ och 3 och 5 är primtal, så vi kan inte faktorisera ytterligare. Men vi har ett problem, vi har bara tre tal när vi skulle ha fem tal. Om inte produkten skall ändras måste de två övriga talen vara 1 och 1. Vi har alltså
$45 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ som fungerar. Alla dessa är inte olika, men det kan vi fixa genom att istället välja talen $45 = (-1) \cdot 1 \cdot (-3) \cdot 3 \cdot 5$. Om (6 - *a*) = -1 så är *a* = 7. På samma sätt får vi
$a = 7$
$b = 5$
$c = 9$
$d = 3$
$e = 1$
Summan av dessa fem olika heltal är 25.

15. När Fredrik tagit 29 steg och är uppe, har Filip tagit 5,5 steg och är halvvägs. Skillnaden mellan dem är å ena sidan 23,5 steg, å andra sidan halva trappans längd. Trappan har alltså 47 steg.