PYTHAGORAS QUEST

Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Matematiktävling för högstadieelever

Kvalificeringstest

Tid : **60 minuter** Antal uppgifter: **15** Max poäng: **15 poäng**.

---

1 **Ett heltal multipliceras med 2 och produkten multipliceras med 5. Vilket av följande tal skulle kunna vara resultatet av dessa räkneoperationer?**

A: 64 B: 32 C: 12 D: 25 E: 30

Svar: Resultatet måste vara delbart med $2 \cdot 5 = 10$, **E**

---

2 **Alla påsar med mintpastiller innehåller en kupong. Fem kuponger kan inlösas till en ny påse pastiller. Hur många påsar kan man maximalt få när man köper 2000 påsar mintpastiller?**

A: 2 400 B: 2 480 C: 2 499 D: 2 503 E :3 201

Svar: För de första 2000 påsarna får man 2000/5= 400 påsar, för dessa 400 får man ytterligare 400/5= 80 påsar därefter 16 och 3. 2000 + 400 + 80 + 16 + 3 = 2499, **C**

---

3 **I januari ett år var det fyra torsdagar och fyra söndagar. Vilken veckodag var det då den 28:e februari samma år?**

A: måndag B: tisdag C: onsdag D: fredag E: lördag

Svar: Januari har 31 dagar. För att minimera antalet torsdagar och söndagar måste 1:e januari vara en måndag. Detta medför att 1: februari är en torsdag och 28/2 en onsdag, **C**

---

4 **Vad blir resultatet om $2{,}4 \cdot 10^8$ dubbleras?**

A: $\mathbf{2{,}4 \cdot 20^{8}}$ B: $\mathbf{4{,}8 \cdot 20^{8}}$ C: $\mathbf{4{,}8 \cdot 10^{8}}$ D: $\mathbf{2{,}4 \cdot 10^{16}}$ E: $\mathbf{4{,}8 \cdot 10^{16}}$

Svar: $2 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{8} = 4{,}8 \cdot 10^{8}$**, C**

---

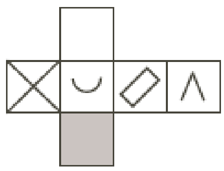
5 Du har fem pinnar med längderna 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm och 50 cm. Hur många olika trianglar kan du konstruera om du till varje triangel endast får använda tre av de fem pinnarna?

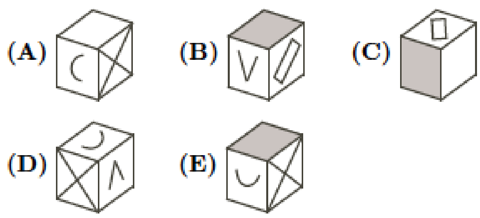
A: 3 B: 5 C: 7 D: 8 E: 10

Svar: Enligt triangelolikheten måste den längsta sidan i en triangel vara kortare än summan av längderna av de andra två sidorna. (50,40,30), (50,40,20) och (40,30,20). **A**

---

6 Skissen till höger visar hur en bit kartong kan vikas till en kub. Kuben har mönster på endast ena sidan. Vilken av kuberna nedan kan kartongen vikas till?





Svar: **B**

---

7 För fem tal p, q, r, s och t gäller att r < s , t > q , q > p, och t < r. Vilket av talen är störst?

A: **p** B: **q** C: **r** D: **s** E: **t**

Svar: **p < q < t < r < <u>s</u>, D**

8 I det anrika Loppet Hellebyholm runt deltog ett antal ungdomar i

15-årsgruppen. Fatima kom på exakt mittersta platsen av alla deltagande. Olle kom längre bak på elfte plats medan Lovisa kom som nummer 18. Hur många deltagare fanns i 15-årsgruppen?

A: 18 B: 19 C: 20 D: 21 E: 22

Svar: …exakt mittersta… betyder att antalet deltagare måste ha varit ett udda antal dvs exakt lika många före som efter Fatima. Fatima måste vara bättre än 11. Om Fatima varit 9:a skulle antalet deltagare vara 17 vilket är omöjligt då Lovisa kom på 18:e plats. Alltså måste Fatima kommit 10:a och antalet deltagare vara 19. **B**

9 **15 personer har bildat en "födelsedagsklubb" eftersom de har födelsedag samma dag. Traditionen bjuder att medlemmarna ringer och gratulerar varandra denna dag. Varje medlem ringer lika många samtal. Vilket är det maximala antal samtal som en klubbmedlem kan ringa om två medlemmar inte får tala med varandra mer än en gång?**

A: 1 B: 5 C: 6 D: 7 E: 9

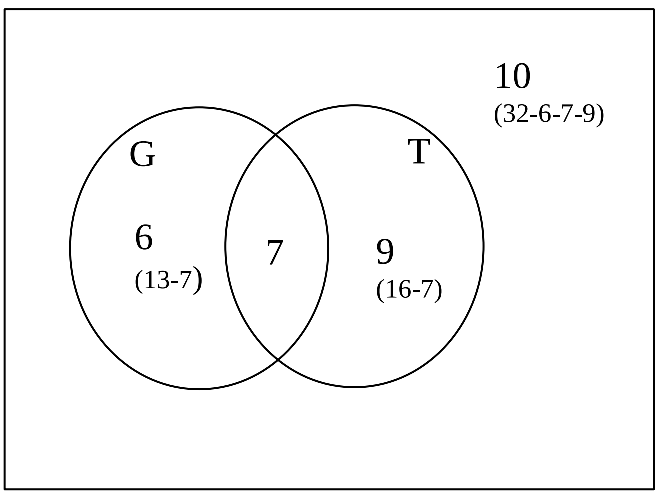
Svar: Det finns många sätt att tänka här. Så här tänkte jag:
Se de 15 medlemmarna i en ring. Om medlem 1 ringer medlemmarna 2 till 8 och medlem 2 ringer medlemmarna 3 till 9 etc då kommer medlem 8 ringa medlemmarna 9 till 15 och medlem 9 (den första som inte medlem 1 talat med) ringa medlemmarna 10 till 1 etc. Det vill säga att alla kan ringa **7** samtal var utan att tala med sammaperson mer än en gång**. D**

---

10 **På Lillskolan i Knogeby går 32 elever i årskurs 7. Av dessa har 13 glasögon, 16 har tandställning och 7 har både glasögon och tandställning. Vad är sannolikheten att elev nummer 19 på klasslistan varken har glasögon eller tandställning?**

A: $\frac{5}{16}$ B: $\frac{1}{2}$ C: $\frac{29}{32}$

D: $\frac{22}{32}$ E: $\frac{7}{32}$



Svar: Även här finns det olika sätt att tänka. Jag använder gärna ett sk. Venndiagram för denna typ av uppgifter. Hela rektangeln är eleverna i årskurs 7. I cirklarna G och T är de elever som har glasögon och tandställning. 7 elever har både glasögon och tandställning och skrivs in i det överlappande området. Då blir det enkelt att räkna ut de elever som enbart har glasögon (6) respektive tandställning(9). Totalt kan man se att 10 elever varken har glasögon eller tandställning.
Om man slumpvis tar en elev ur klassen blir sannolikheten att denna elev varken har tandställning eller glasögon $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$. **A**

---

11 **I en godisskål på lärarrummet på Malmö Borgarskola finns 200 gelébåtar. Av dessa 200 båtar är 90 % lakritsbåtar och resten hallonbåtar. Matematikläraren Erik (av eleverna kallad Lakrits-Erik) smyger till sig lakritsbåtar varefter andelen lakritsbåtar i skålen minskat till 80 %. Hur många lakritsbåtar tog Erik?**

A: 2 B: 20 C: 40 D: 80 E: 100

Svar: Antal hallonbåtar:10 % av 200 = 20 st. Efter lakritsbåtskandalen utgör dessa 20 båtar 20 % av alla båtar. Totalt finns alltså 100 båtar kvar (80 lakrits och 20 hallon). Erik tog 100 lakritsbåtar. **E**

---

12 **Ett positivt heltal skrivs in i varje ruta i figuren nedan så att produkten av fyra på varandra följande tal alltid blir 120. Vilket tal skall stå i ruta *x*?**

		2			4			x			3		

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

Svar: Eftersom $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = 120$ och $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 120$ etc. så inses att $a_1 = a_5$ och $a_2 = a_6$ etc. Figuren kan alltså fyllas till:

x	4	2	3	x	4	2	3	x	4	2	3	x	4

Och $x = \frac{120}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \mathbf{5}$**, E**

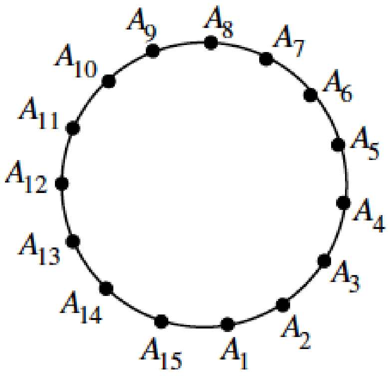
13 **Uttrycket** $\frac{3^{2012}+3^{2012}}{3^{2013}}$ **kan förkortas till**

A: $\frac{2}{3}$ B: 3^{2011} C: $\frac{1}{3}$ D: 2 E: $\frac{1}{3^{2011}}$

Svar: $\frac{3^{2012}+3^{2012}}{3^{2013}} = \frac{2 \cdot 3^{2012}}{3 \cdot 3^{2012}} = \frac{2}{3}$, **A**

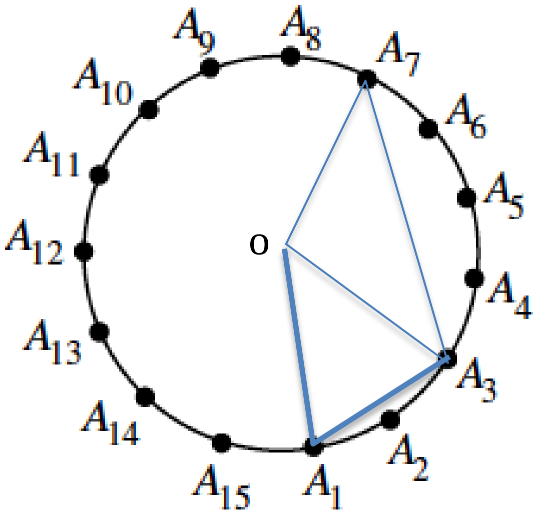
---

14 **Femton punkter ,A_1, A_2, A_3, ..., A_{15}, är jämnt fördelade på randen av en cirkel enligt figuren till höger. Man ritar en triangel med hörnen i punkterna A_1, A_3 och A_7. Hur stor blir vinkeln i hörnet A_3?**



A: 96° B: 100° C: 104° D: 108° E: 120°

Svar:
O är mittpunkt i cirkeln. Trianglarna OA_3A_7 och OA_1A_3 är likbenta trianglar (radier).
Vinkeln A_3OA_7 är $4 \cdot \frac{360}{15} = 96°$ vilket gör att vinkeln OA_3A_7 är $\frac{180-96}{2} = 42°$.
Vinkeln A_3OA_1 är $2 \cdot \frac{360}{15} = 48°$ vilket gör att vinkeln OA_3A_1 är $\frac{180-48}{2} = 66°$
Vinkel $A_1A_3A_7$ är då
$42° + 66° = 108°$ **D**



---

15 **För två tal *m* och *n* gäller att *m* + *n* = *20*. Om $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{24}$ vad blir då *m·n*?**

A: 72 B: 36 C: 48 D: 96 E: 24

Svar: $GN = m \cdot n \Rightarrow \frac{n}{m \cdot n} + \frac{m}{m \cdot n} = \frac{m+n}{m \cdot n} = \frac{20}{m \cdot n} = \frac{5}{24} \Rightarrow m \cdot n = \frac{20 \cdot 24}{5} = 4 \cdot 24 = 96$, **D**