

PYTHAGORAS QUEST – FINAL

Del 3. Tid : 60 min – 4 frågor Max poäng: 12 poäng (3p/uppgift).

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Skriv varje uppgift på ett separat blad. Skriv lagets namn på alla papper!!

VÄND EJ PÅ PAPPERET FÖRRÄN
TÄVLINGSLEDAREN SÄGER TILL !!!!

PYTHAGORAS QUEST – FINAL

Del 3. Tid : 60 min – 4 frågor Max poäng: 12 poäng (3p/uppgift).

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

1. Badkarsfyllning

En kran A vattenfyller ett kar på 1h, kranen B fyller karet på 0,5 h och kranen C på en kvart. Hur lång tid tar det att fylla karet om alla tre kranarna öppnas samtidigt? Svare exakt.

2. Heltalsproblem

Tänk dig två positiva heltal x och y , båda större än 1, utan annan gemensam delare än 1 (det kan ej vara tex $x=2$ och $y=4$ eftersom det då finns en gemensam delare som är 2).

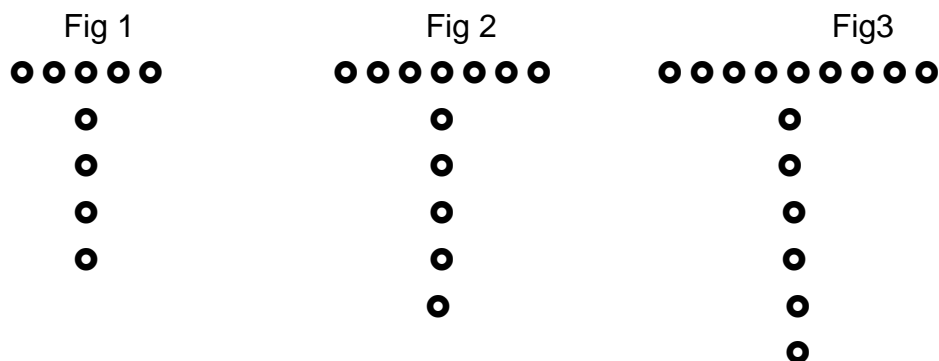
Produkten $xy=300$. Vilken är den minsta möjliga summan $x + y$?

3. Mönsterkluring

Betrakta nedanstående mönster.

Hur många olika figurer kan du göra av 1600 ringar?

(Ledning: Ställ först upp en formel för hur många ringar som figur nummer n innehåller.)



4. **Hur högt var trädet?**

Under en storm knäcks ett träd på en fjärdedel av sin höjd över marken.
I allt ris är det svårt att mäta, men man uppskattar avståndet på marken
mellan stammens rot till trädets topp till 20 meter. Hur högt var trädet?



RÄTTNINGSMALL – DEL 3

1. Vad skulle hända på 1h? Jo, Kran A skulle fylla 1 kar, B 2 kar och C 4 kar. Då skulle $1 + 2 + 4 = 7$ kar fyllas på 1 h, d v s det tar $1/7$ h (ca 8,57min) att fylla karet.

Denna kan också lösas genom att anta att $V_{\text{badkar}}=300\text{liter}$.

Påfyllningshastigheten blir då för badkar:

$A_{\text{flöde}}=300\text{l/h}$, $B_{\text{flöde}}=600\text{l/h}$ och $C_{\text{flöde}}=1200\text{l/h}$. Det blir total 2100l/h .

Tiden = $V_{\text{badkar}} / \text{Påfyllningshastigheten} = 300/2100 = 1/7\text{h}$

Alla svar med $t > 15\text{min} = 0\text{p}$

Omräkning och eller uttryckt förståelse för att det bör ta $< 15\text{minuter}$ ger 1p.

Ej exakt svar = -1p

Max 3 p.

2. $xy=300$ kan skrivas om (faktoriseras) som $x \cdot y = 300 = 3 \cdot 100 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Minsta möjliga summa $x + y$ fås om vi väljer en kombination av dem som ger 2 låga siffror.

Det andra kravet var att de bara hade en gemensam delare = 1.

Då kan det ej vara talet 15 och 20 utan det måste vara

$$x = 5 \cdot 5 = 25 \text{ och } y = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \text{ eller } x=12 \text{ och } y=25.$$

Svar $x+y=37$ ger 3p (svar $x+y=35$ ger 2 p)

Talet kan också lösas genom prövning.

3. a) Sambandet kan skrivas Antal ringar = $6 + 3 \cdot n$ eftersom skillnaden mellan antalet ringar i varje figur är 3.

Detta eller liknande samband ger 1p.

Antalet ringar ökar med 3 hela tiden.

Om man tex har talen 9 12 15 18 21 24 27 30

För att räkna ut summan av alla figurer kan man par ihop det första och sista talet, det andra och nästsista osv. I detta fall får man 4 par ($9+30=39$, $12+27=39$, $15+24=39$, $18+21=39$) Alltså 4×39 eller antal tal/2 \times (minsta talet + största talet). Om vi kallar antalet figurer för n så kan man skriva sambandet:

$$(9 + (6 + 3 \cdot n)) \cdot \frac{n}{2}$$

Prövning ger att 1600 ringar räcker till 30 figurer.

$n=30$ ger 1575ringar (31 figurer kräver 1674 ringar)

Svar : 30figurer Rätt svar och lösning ger 3p. Om gruppen kommit längre än $6 + 3 \cdot n$ kan detta ge 2p

4. Om h är trädets höjd så får vi med Pytagoras sats

$$(h/4)^2 + 20^2 = (3h/4)^2, \text{ vilket ger höjden } h = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \approx 28,3m .$$

Rätt uppställa sidor ($h/4$, $3h/4$ och 20m) ger 1p

Rätt uppställt uttryck enligt Pythagoras sats ger 1p

+ rätt lösning ger 1p.

