

**Handelskammaren**  
I sydsvenska företags intresse

## PQ Riksfinal 2018

### Del 1

Tid: 60 min – 6 frågor

Max poäng: 18 poäng (3p/uppgift).

Hjälpmedel: Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Skriv varje uppgift på ett separat blad. Skriv lagets namn på alla papper!

### Fullständiga lösningar krävs på del 1!

---

#### 1. Road trip

På måndagen, åkte Mukesh  $x$  km med en konstant fart på 90 km/h. På tisdagen åkte han samma sträcka men med en fart på 120 km/h fast 16 minuter snabbare än på måndagen.

Vad är  $x$ ?

---

## 2. Vilse i Regnskogen

Du är vilse i regnskogen och har råkat äta en giftig svamp. För att rädda ditt liv behöver du slicka i dig motgiftet som utsöndras av en specifik grodart. Tyvärr är det endast honorna som producerar motgiftet. I regnskogen finns det lika många hon- och hangrodor. Hon- och hangrodor ser identiska ut, men hanen har ett särskilt rop som skiljer dem åt. Du har sekunder kvar att leva när du plötsligt ser en sådan groda till höger om dig på en stubbe. Till vänster om dig hör du plötsligt det kännetecknande hanropet, du vänder dig strax efter att ljudet upphör och ser två likadana grodor tätt tillsammans i en glänta.

Åt vilket håll ska du vända dig för att ha högsta chans att slicka på en hona och bli räddad? (Det är okej att slicka två samtidigt)

---

## 3. More power to the PQ

Ett tal  $p$  väljs slumpmässigt ur  $\{11, 13, 15, 17, 19\}$  och ett tal  $q$  väljs slumpmässigt ur  $\{1999, 2000, 2001, 2002, \dots, 2018\}$ .

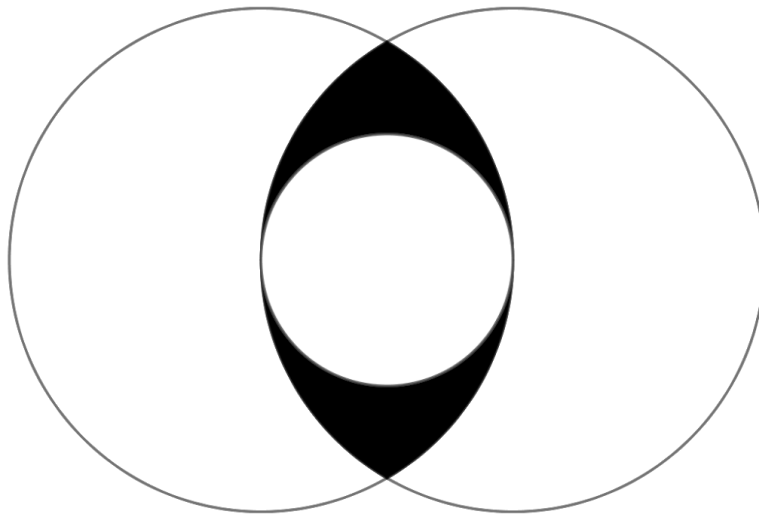
Vad är sannolikheten att talet  $p^q$  slutar med en 1:a?

---

#### 4. In $a$ squeeze

En liten cirkel är inskriven mellan två stora cirklar enligt bilden nedan.

Om radien av de stora cirklarna är  $a$  och diametern av den lilla cirkel är  $a$ , vad är arean av den skuggade området? Svara exakt.




---

#### 5. Piraterna

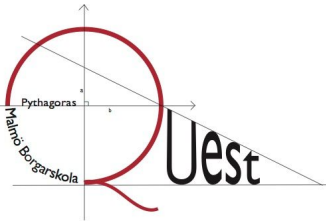
En gång för länge sedan, fångades 5 pirater och kedjades fast på olika platser på en ö. På ön fanns 6 identiska träd. En av piraterna hade med sig en skatt som han omedelbart grävde ner. Av en slump, välldde en stor tsunamivåg över ön och tog med sig de 5 piraterna men inte träden eller skatten. De återvänder med ett flygplan för att leta efter ön och skatten från luften. De ser många olika öar av samma form som alla har sex träd men i olika mönster. Varje pirat påstås ha sett olika antal träd från 2 till 6. Piraten som endast såg två träd var den som grävde ner skatten.

Hur skulle trädmönstret på ön se ut och var gömmer sig skatten?

## 6. Maskoten

En dag bestämmer sig alla Borgarskolans elever för att ställa sig på ett enda långt led och marschera med konstant fart mot S:t Petri. Medan eleverna marscherar springer Borgarskolans maskot, The Borgar Bear, med konstant fart från kårordförande, som är längst bak, till fanbäraren, som är längst fram, och tillbaka till kårordföranden som nu befinner sig där fanbäraren var från början.

Hur långt har maskoten sprungit om ledet är 100 meter långt? Svara exakt.



**Handelskammaren**  
I sydsvenska företags intresse

## Del 2.

**Tid** : 30 min – 6 frågor

Max poäng: 12 poäng (2p/uppgift).

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Skriv lagets namn på alla papper!!

**Endast svar krävs på del 2!**

### 1. Mera potenser

Om  $p = 2^{129} \cdot 3^{81} \cdot 5^{128}$ ,  $y = 2^{126} \cdot 3^{81} \cdot 5^{129}$ ,  $t = 2^{126} \cdot 3^{82} \cdot 5^{128}$  och  $h = 2^{125} \cdot 3^{82} \cdot 5^{129}$ , rangordna talen  $p$ ,  $y$ ,  $t$  &  $h$  från minst till störst.

---

### 2. Kaffebråk

Carina häller 60 ml kaffe i en kopp som rymmer totalt 120 ml. I en annan kopp av samma storlek häller hon i 60 ml grädde. Hon häller sedan över hälften av innehållet från den första koppen i den andra koppen och blandar väl. Sedan häller hon över hälften av innehållet i den andra koppen tillbaka i den första koppen.

Hur stor andel av innehållet i den första koppen är nu grädde?

---

### 3. Bostadsbubbla

Ulf köpte sitt hus för åtta år sen för en miljon kronor. De på varandra följande 8 åren ökade husets värde (jämfört med året innan) med en niondel, en åttondel, en sjundedel, en sjättedel, en femtedel, en fjärdedel, en tredjedel och till sist med en halv.

Hur mycket är huset värt nu?

---

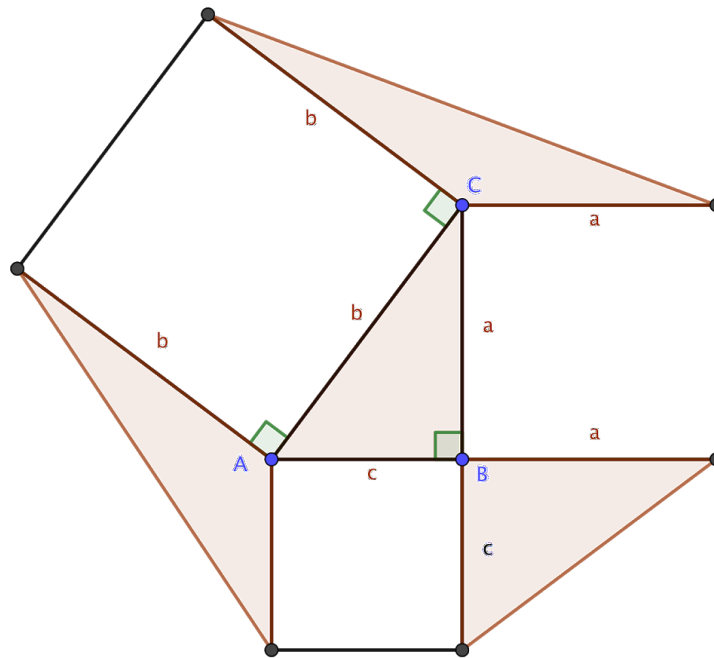
### 4. More power to the 2

Aila väljer ett tal slumpmässigt ur mängden  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Freyja väljer ett tal slumpmässigt ur mängden  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Marie väljer ett tal slumpmässigt ur mängden  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ .

Vad är sannolikheten att produkten av deras tre tal inte är en potens med bas 2?

## 5. Pythagoras Puzzle

I diagrammet nedan är triangeln ABC rätvinklig med vinkel  $ABC = 90^\circ$ .  
 Om  $a = 4$ ,  $b = 5$  och  $c = 3$ , beräkna andelen av figuren som är skuggad.  
 Förenkla så långt som möjligt.



## 6. We are the Heroes...

I en dyster framtid har världen erövrats av den onde Petrius. Men hjältarna Arvid, Linn och Teodor är kvar. Tyvärr har Petrius lyckats fånga hjältarna och satt dem bakom galler. I en akt av godhet säger Petrius att en av fångarna får släppas fri om hen lyckas lösa en gåta. De bestämmer sig för att Linn ska försöka lösa gåtan eftersom hon är bäst på logik. Hon utrustas med en mikrofon så att Arvid och Teodor kan följa konversationen. Linn släpps och försvinner genom en numrerad korridor och kommer sedan till en låst dörr med en knappats. De hör sedan följande konversation mellan Petrius och Linn:

Petrius: Koden består av tre positiva heltal  $P$   $Y$   $Q$  vars produkt är lika med 36.  $Q$  är större än eller lika med  $Y$  och  $Y$  är större än eller lika med  $P$ . Summan av talen  $P$ ,  $Y$  och  $Q$  är lika med talet som stod ovanför korridoren.

Linn: Jag vet talet som stod ovanför korridoren, men jag vet fortfarande inte koden. Jag behöver ett ledtråd till. Snälla hjälp mig Petrius!

Petrius: Okej. Sista ledtrådet är att  $Q$  är skild från både  $Y$  och  $P$ .

Linn: Då vet jag koden!

Linn slår in koden och rusar ut till friheten.

Vad är koden  $P$   $Y$   $Q$ ?



## Del 3 / Part 3

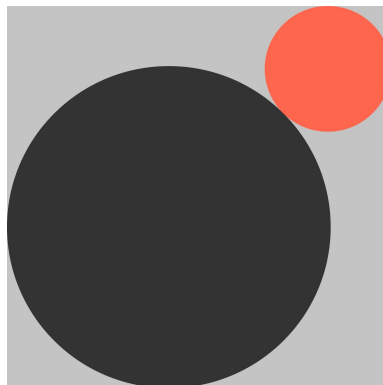
Maxtid/Max time: 10 min

**Utslagsuppgift / Decider Question**

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

*Om två eller flera lag har uppnått samma poäng efter Del 1 och Del 2 är denna uppgift utslagsgivande. I första hand gäller det ha rätt svar. I andra gäller att det lag som löser uppgiften på kortast tid placerar sig före det/de andra laget/lagen.*

---



Source: brilliant.org

Två cirklar skrivs in i en kvadrat som i bilden ovan. Låt radien av den stora cirkeln vara  $2r$  och radien av den mindre cirkel vara  $r$ .

Vad är kvadratens area uttryckt i  $r$ ?

(English)

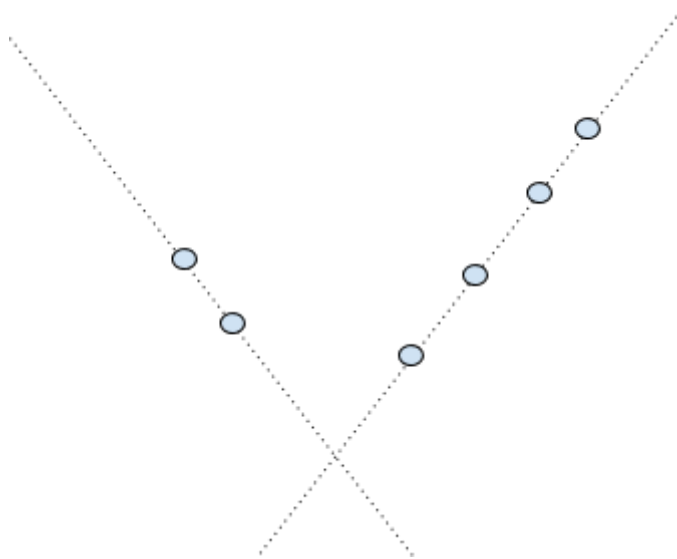
Two circles are drawn inside a square as shown. Let the radius of the larger circle be  $2r$  and the radius of the smaller circle be  $r$ .

Find the area of the square in terms of  $r$ .

**Facit**

## Del 1

1. Till vänster ( $P = \frac{2}{3}$  istället för  $\frac{1}{2}$ ).
2.  $x = 96\text{km}$
3.  $\frac{2}{5}$  eller 40%
4. Andelen =  $\frac{5\pi}{12}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$
5.  $100 + \frac{200}{\sqrt{2}}$  m
6. T.ex.



## Del 2

## Facit

1.  $t, y, h, p$
2. 5 miljoner
3.  $\frac{2}{5}$
4. 98/125
5. 12/37
6. 2 2 9

## Del 3

Svar =  $\frac{9(1+\sqrt{2})^2 r^2}{2}$  eller motsvarande

