

**Handelskammaren**  
I sydsvenska företags intresse

&

**Mathivation.se**

# **Pythagoras Quest Riksfinal 2019**

## **Del 1**

Tid: 60 min – 6 frågor

Max poäng: 18 poäng (3p/uppgift).

Hjälpmedel: Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Skriv varje uppgift på ett separat blad. Skriv lagets namn på alla papper!

**Fullständiga lösningar krävs på del 1!**

---

## 1. Pythagoras Tabell / Pythagoras Table

- a) Välj en  $2 \times 2$  kvadrat från multiplikationstabellen nedan.  
Beräkna summan av kvadratens båda diagonaler och beräkna sedan den positiva differensen mellan summorna.  
Gör om processen med flera kvadrater för att visa att differensen är konstant.
- b) Visa algebraiskt varför denna differens alltid är konstant.
- c) *Pick any  $2 \times 2$  square from the multiplication table below. Find the sum of each of the square's diagonals. Then, find the positive difference of the two sums. Repeat the process a couple of times to show that this value is constant.*
- d) *Prove why this constant difference will always exist.*

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

## 2. Kombinatorik / Quombinations

Paul, Ylva, Thilo, Hugo, och Quentin bilda en kö till matsalen. De väljer sin plats i kön helt slumpmässigt.

Om sannolikheten att Paul och Ylva står bredvid varandra är  $\frac{p}{q}$  i enklast form, vad är värdet av  $p + q$ ?

*Paul, Ylva, Thilo, Hugo, and Quentin need to form a line to get their lunch. They all randomly choose their places in line.*

*If the probability that Paul and Ylva are standing next to each other is written as a fraction  $\frac{p}{q}$  in lowest terms, what is the value of  $p + q$ ?*

### 3. Djurfarmen / Animal Farm

Bonden Stefan äger en beteshage samt tre djur: en ko, en get och ett får. Stefan upptäcker följande:

Det tar 45 dagar för kon och geten att beta ner allt gräset i hagen.

Det tar 90 dagar för geten och fåret att beta ner samma mängd gräs.

Det tar 60 dagar för kon och fåret att beta ner samma mängd gräs.

Hur många dagar skulle det ta kon, geten och fåret tillsammans att beta ner gräset i samma hage? (antag att gräset inte växer)

*Farmer Stefan owns a grassy field and three animals: a cow, a goat, and a sheep. Stefan discovered the following:*

*It takes 45 days for the cow and the goat to eat all the grass in the field. It takes 90 days for the goat and the sheep to eat the same amount of grass.*

*It takes 60 days for the cow and the sheep to eat the same amount of grass.*

*How many days would it take the cow, the goat and the sheep to eat the same amount of grass all together? (assume the grass does not grow)*

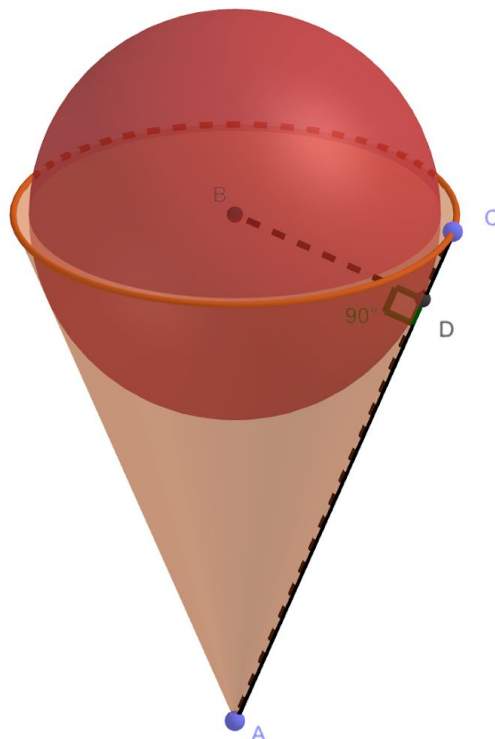
#### 4. Glasskiosken / The Ice Cream Kiosk

Eftersom det är så fint väder efter Pythagorasfinalen, går du till glasskiosken och ber om en kula glass i strut. Struten (som är en rak, cirkulär kon) har en radie på 2 cm och avståndet från basytans kant till konens spets är 4 cm (AC). Kulan och konen har samma mittpunkt och kulans radie och konens sida bildar en 90 graders vinkel i punkten D.

Vad är förhållandet mellan kulans och konens volym? Svara i enklaste form.

*After the Pythagoras Final you go to the ice cream store for a well-deserved ice-cream. You get one spherical scoop in a right circular cone. The cone has radius 2 cm and slant height 4 cm (AC). The centre of the spherical ice-cream scoop is at the same point as the centre of the cone and the ice-cream makes a 90 degree angle with the cone at D.*

*What is the ratio of the volume of ice cream to the volume of the cone? Simplify your answer.*



(ej skalenligt ritad / not to scale)

## 5. Zombieattacken / Attack of the Zombies

En Zombie anländer till Pythagoras Finalen. Det finns en risk att alla kommer att smittas. Det är lika sannolikt att zombien smittar 0, 1 eller 2 personer. Den som blir smittad blir också en zombie och smittar på samma sätt som ursprungszombien. Spridningen stannar när zombierna inte smittar några fler personer.

Vad är sannolikheten att högst 2 personer totalt blir smittade (räkna inte med den första zombien)?

*A zombie arrives at the Pythagoras Quest Final. There is a risk that everyone will get infected. It is equally likely that the zombie will infect 0, 1 or 2 people. Those who are infected also become zombies and can infect in the same way as the first zombie. The infection stops when a zombie does not infect any more people.*

*What is the probability that at most 2 people in total will be infected (not including the first zombie)?*

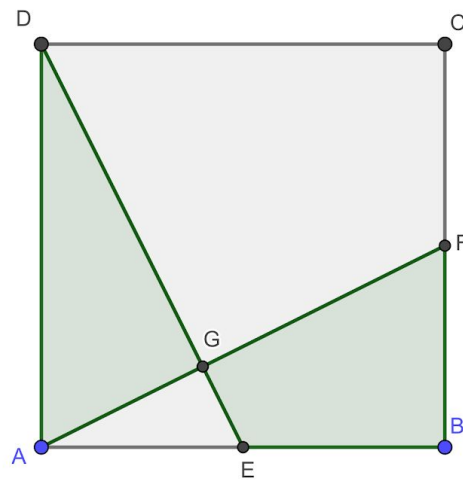
## 6. Hitta skuggan / Find some shade

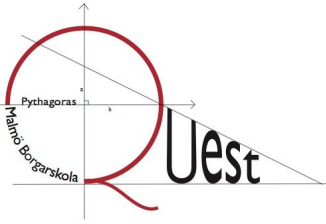
Nedan finns en kvadrat ABCD med sida 2. E och F är mittpunkter på sidorna AB respektive BC.

Vad är arean av den mörkgröna delen?

*Below is a square ABCD of side 2. E and F are midpoints of the sides AB and BC respectively.*

*What is the area of the dark green shaded area?*





**Handelskammaren**  
I sydsvenska företags intresse

## Del 2.

**Tid** : 30 min – 6 frågor

Max poäng: 12 poäng (2p/uppgift).

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Skriv lagets namn svarpappret.

**Endast svar krävs på del 2!**

---

### 1. Brexit paj / Brexit Pie

Jag var i Storbritannien häromdagen, innan Brexit, och köpte en läcker paj. Pajen kostade £1.50p. Jag lämnade dricks på 24 %. Jag betalade med en £5 sedel. Jag fick tillbaka det minsta möjliga antalet mynt som växel.

Hur mycket växel fick jag och hur många mynt fick jag tillbaka?

*[För icke-britter £1 = 100p. De mynt som finns är 1p, 2p, 5p, 10p, 20p, 50p, £1 och £2]*

*I was in the UK the other day and bought a delicious pie. It cost £1.50. I gave a 24 percent tip. I paid with a £5 note and got back the least number of coins possible in change.*

*How much change did I receive and how many coins did I receive?*

*[For non-Brits, coins in circulation have values of 1p, 2p, 5p, 10p, 20p, 50p, £1 and £2. £1 = 100p]*



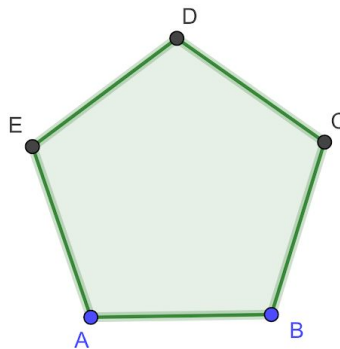
## 2. Fem myror är fler än fyra elefanter / Five ants are more than four elephants

Fem myror finns utplacerade på hörnen av en regelbunden 5-hörning, en på varje hörn. Myrorna kan endast gå längs med 5-hörningens sidor och de kan endast gå medsols eller motsols. De kan inte stå stilla.

Om myrorna börjar att gå samtidigt, med samma fart och väljer håll slumpmässigt, vad är då sannolikheten att myrorna aldrig krockar?

*Five ants are placed out on the corners of a regular hexagon, one on each corner. The ants may only walk along the edges of the hexagon and may either walk clockwise or anticlockwise. They may not stand still.*

*If the ants start walking, at the same pace, in a random direction and at the same time, what is the chances that they do not collide?*



### 3. Sylvies tal / Sylvie's Number

Sylvie valde ett heltal, multiplicerade det med 5 och subtraherade sedan 20. Sedan multiplicerade hon svaret med 3 och adderade 10. Resultatet var ett tresiffrigt tal.

Vad är det största heltalet som hon kunde ha valt från början?

*Sylvie chose an integer, multiplied it by 5 and then subtracted 20. Then, she multiplied her answer by 3 and added 10. Her answer was a three-digit number.*

*What is the largest possible number that she could have chosen?*

---

### 4. XYZ

Om jag slumpmässigt väljer tre heltal  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  från 1 till och med 8, vad är sannolikheten att produkten  $XYZ$  blir delbar med 50? Svara i enklaste form.

*If I choose three whole number digits  $X, Y, Z$  at random from 1 to 8, what is the probability that their product  $XYZ$  is divisible by 50? Simplify your answer.*

## 5. Busfabriken / Fun and Games in Santa's Factory

Jultomten radar i nämnd ordning upp fem av sina nissar Angel, Buster, Cinnamon, Dash, och Evergreen (eller A, B, C, D, och E). De får i uppgift att slå in julklappar nummer 1, 2, 3, 4 och 5. Sedan säger dessa nissar följande fem sanna påståenden:

A: "Jag slog in en julklapp med siffra mindre än eller lika med 3"

B: "Jag slog in en julklapp med en jämn siffra."

C: "Nissen som slog in den julklapp jag blev tilldelad står bredvid mig"

D: "Jultomten tilldelade Angel att slå in julklapp 1, Buster att slå in julklapp 2, Cinnamon skulle slå in julklapp 3, jag skulle slå in nummer 4 och Evergreen skulle slå in julklapp 5."

E: "Men, ingen av oss slog in den julklappen som vi blev tilldelad!"

Varje tomte står nu bakom den julklapp som han eller hon slog in.

Vem står bakom julklapp 1?

*Santa has 5 elves in a line named Angel, Buster, Cinnamon, Dash, and Evergreen (designated A, B, C, D, and E) who were each assigned to wrap a present 1, 2, 3, 4, and 5. They each truthfully state the following:*

*A: "I wrapped a present with a number less than or equal to 3."*

*B: "I wrapped an even-numbered present."*

*C: "The elf that wrapped my assigned present was working next to me."*

*D: "Santa assigned Angel to wrap present 1, Buster to wrap present 2, Cinnamon to wrap present 3, me to wrap present 4, and Evergreen to wrap present 5."*

*E: "Teehee! None of us wrapped the present we were assigned!"*

*Each elf stands behind the present that he or she wrapped.*

*Who is standing behind present 1?*

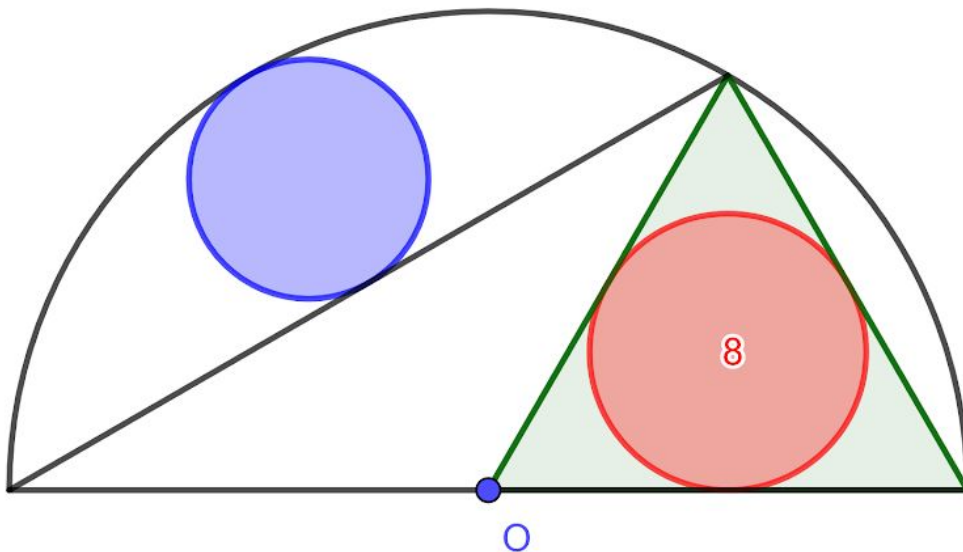
## 6. Sagan om ringarna / Lord of the Rings

Bilden nedan visar en halvcirkel med mittpunkt O. Den gröna triangeln är liksidig med sida lika med halvcirkelns radie. Den röda cirkeln som är inskriven i den liksidiga triangeln har area 8.

Vad är arean av den inskrivna blåa cirkel?

*The image below shows a semi-circle with centre O. The green triangle is equilateral of side equal to the radius of the semi-circle. The red inscribed circle has area 8.*

*What is the area of the inscribed blue circle?*



### Del 3

Endast svar gäller.

Snabbast korrekt svar gäller.

Används endast för att skilja mellan två lag med identiska poäng efter Del 1 och 2.

---

Många av eleverna i min klass tog med sig antingen en skateboard eller en cykel till skolan igår. Förhållandet mellan antalet skateboards till antalet cyklar var 7:4. Det fanns 12 fler skateboards än cyklar. Hur många skateboards och cyklar fanns totalt?

*Many of the students in my class brought a skateboard or a bicycle to school yesterday. The ratio of the number of skateboards to the number of bicycles was 7 : 4. There were 12 more skateboards than bicycles. How many skateboards and bicycles were there in total?*

## Facit

### Del 1

Pythagoras Tabell: a) differensen = 1 b) algebraisk lösning krävs

Kömbinatorik : 7

Djurfarmen: 40 dagar

Glassfabriken: 3/2

Zombieattacken: 14/27

Hitta skuggan: 8/5

### Del 2

Brexit Paj: £3.14 i växel och 5 mynt (£2, £1, 10p, 2p, 2p)

Fem myror och inga elefanter: 1/16

Slyvies tal:  $a = 69$

YXZ: 3/128

Busfabriken: E

Sagan om ringarna: (sist): 6

### Del 3:

$n=44$