

av Malmö Borgarskola

I samarbete med



Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Pythagoras Quest Distriktsfinal 2023

Del 1

Tid: 60 minuter / Time: 60 mins

Max 3 poäng per uppgift / Max 3 points per question.

Inga digitala hjälpmedel eller formelblad tillåtna / No digital tools or formula booklets allowed

Lämna in fullständiga lösningar. En uppgift per blad. Skriv ditt lagnamn på varje blad som du lämnar in. / Hand in full worked solutions. One solution per page. Name all sheets with your school's name.

OBS: Lösningar via ekvationer kan värderas högre än lösningar med hjälp av prövning. / NB: Solutions using equations can get more points than solutions via trial and error.

Lycka till / Good Luck

1. Ailas Myntsamling / Ailas coin collection

Aila har aldrig rest till ett annat land, men hon har en samling utländska mynt som hon har fått av vänner och familj. I sin samling har hon 10 mynt från Afrika, 6 mynt från Asien, 7 mynt från Sydamerika och 8 mynt från Europa. En dag lade Ailas farfar till några australiensiska mynt till samlingen. Efter att han gjort det berättade han för Aila att om han slumpmässigt tog ett mynt från samlingen var sannolikheten att det kommer från antingen Afrika eller Asien $\frac{4}{9}$.

Hur många australiensiska mynt lade Ailas farfar till samlingen?

Aila has never travelled to another country, but she has a collection of foreign coins given to her by friends and family who have. In her collection she has 10 coins from Africa, 6 coins from Asia, 7 coins from South America, and 8 coins from Europe. One day Aila's grandfather added some Australian coins to the collection. After he did that, he told Aila that if he took a coin at random from the collection, the probability of it being from either Africa or Asia was $\frac{4}{9}$.

How many Australian coins did Aila's grandfather add to the collection?

2. Minsta tornet / Smallest tower

Linnéa, Caroline, Sabrina, Harun och Jony gjorde varsitt torn av träklossar. Varje person använde olika antal klossar i sitt torn, och det genomsnittliga antalet klossar i varje torn var 25. Jony använde flest klossar i sitt torn, och Linnéa använde minst antal klossar i sitt torn. Om Jony använde 32 klossar, bestäm det minsta möjliga antalet klossar som Linnéa kan ha använt.

Linnéa, Caroline, Sabrina, Harun, and Jony each made a tower using wooden blocks. Each person used a different number of blocks in their tower, and the mean (average) number of blocks in each tower was 25. Jony used the most blocks in her tower, and Linnéa used the fewest blocks in her tower. If Jony used 32 blocks, determine the minimum possible number of blocks that Linnéa could have used.

3. Krångliga vägen

Igår körde Brian 1 timme längre än Niel med en medelhastighet som var 5 kilometer i timmen snabbare än Niel. Marcus körde 2 timmar längre än Niel i en medelhastighet som var 10 kilometer i timmen snabbare än Niel. Brian körde 70 kilometer längre än Niel. Hur många kilometer längre än Niel körde Marcus?

Yesterday Brian drove 1 hour longer than Niel at an average speed 5 kilometers per hour faster than Niel. Marcus drove 2 hours longer than Niel at an average speed 10 kilometers per hour faster than Niel. Brian drove 70 kilometers more than Niel. How many more kilometers did Marcus drive than Niel?

4. Yasma's spel / Yasma's game

Yasma har skapat ett spel för sin skolas öppet hus. Hon lade tre pingisbollar, numrerade 1, 2 och 3, i en påse. Utan att titta kommer en spelare slumpmässigt dra en boll från påsen, registrera dess nummer och sedan lägga tillbaka bollen i påsen. Spelaren kommer att göra detta två gånger till (totalt tre gånger) och sedan beräknas summan av de tre registrerade siffrorna. Om summan är mindre än 8 kommer spelaren att vinna ett pris. Vad är sannolikheten att en spelare vinner ett pris när hen spelar det här spelet en omgång?

Yasma has created a game for her school's math fair. She put three pingpong balls, numbered 1, 2, and 3, into a bag. Without looking, a player will randomly draw a ball from the bag, record its number, and then put the ball back into the bag. They will do this two more times (three times in total) and then calculate the sum of the three numbers recorded. If the sum is less than 8, the player will win a prize. What is the probability that a player will win a prize when they play this game once? (källa: CEMC)

5. Sifferprodukten / Digit product

Siffrorna i ett positivt heltal kan multipliceras för att ge sifferprodukten för heltalet. Till exempel har 345 sifferprodukten $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. Det finns många andra positiva heltal som har 60 som sifferprodukt. Till exempel, 2532 och 14153 har båda en sifferprodukt på 60. (Observera att 256 är det minsta positiva heltal med en sifferprodukt på 60.)

Det finns också många positiva heltal som har en sifferprodukt på 2160. Bestäm det minsta heltalet.

The digits of any positive integer can be multiplied together to give the digit product for the integer. For example, 345 has the digit product of $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. There are many other positive integers that have 60 as a digit product. For example, 2532 and 14153 both have a digit product of 60. Note that 256 is the smallest positive integer with a digit product of 60.

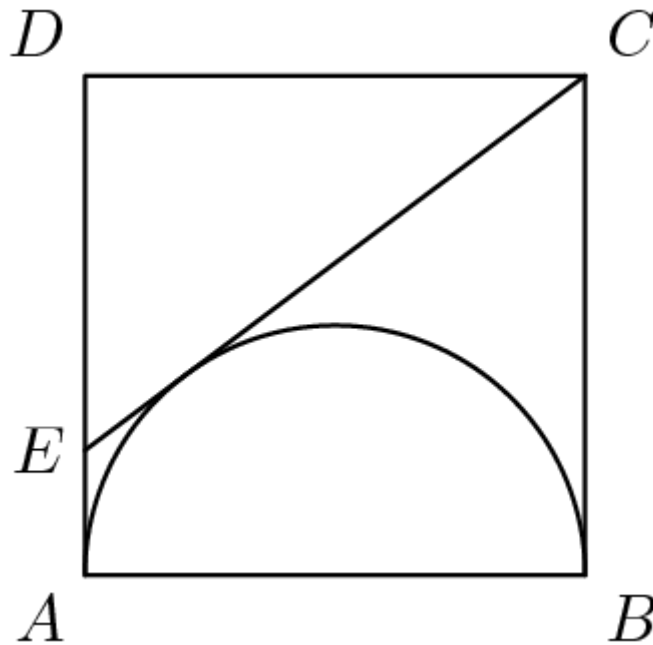
There are also many positive integers that have a digit product of 2160. Determine the smallest such integer. (källa: CEMC)

6. På tangenten / Go off on a tangent

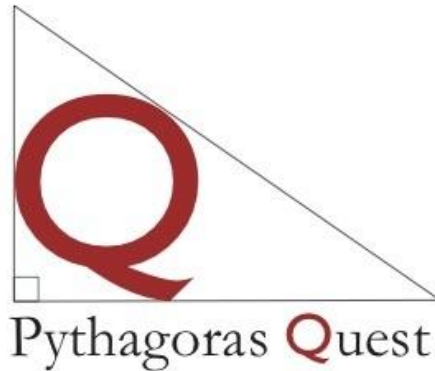
Kvadrat ABCD har sidan 2. En halvcirkel med diameter AB är inskriven i kvadraten och tangenten till halvcirkeln från C skär sidan AD vid E.
Hur lång är CE?

Square ABCD has side length 2. A semicircle with diameter AB is constructed inside the square, and the tangent to the semicircle from C intersects side AD at E.

What is the length of CE?



(källa: artofproblemsolving.com)



av Malmö Borgarskola

I samarbete med



Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Del 2 / Part 2

Tid: 30 minuter / Time 30 mins

Max 2p per uppgift / Max 2 points per question

Inga digitala hjälpmedel tillåtna. / No digital tools allowed

Lämna in endast svaren. Alla svaren på ett papper numrerade 1 - 6. Skriv din skola på bladet. / Turn in all answers on one sheet only with your school's name on it.

(Om digital: Skanna in svarsbladet och maila till respektive ansvarig så snart som möjligt och högst 30 minuter efter varje avslutad del.)

Lycka till / Good Luck

1. Ordning på korten

Tre spelkort placeras i rad, från vänster till höger. Varje kort är av olika färg. Ett kort är ruter (\diamond), ett kort är hjärter (\heartsuit), och ett kort är spader (\spadesuit). Numret på varje kort är också olika. Ett kort är en 3:a, ett kort är en 7:a och ett kort är en 9:a. Använd följande ledtrådar och bestäm kortens exakta ordning, från vänster till höger, inklusive färg och nummer.

1. Ruter är någonstans till höger om spader.
2. 7:an är någonstans till vänster om spader.
3. 9:an är någonstans till höger om 3:an.

Three playing cards are placed in a row, from left to right. Each card is of a different suit. One card is a diamond (\diamond), one card is a heart (\heartsuit), and one card is a spade (\spadesuit). The number on each card is also different. One card is a 3, one card is a 7, and one card is a 9. Using the following clues, determine the exact order of the cards, from left to right, including the suit and number.

1. *The diamond is somewhere to the right of the spade.*
2. *The 7 is somewhere to the left of the spade.*
3. *The 9 is somewhere to the right of the 3.*

2. Ulf's fråga

Ulf tycker om att ställa kluriga problem till sina mattelever. Idag skrev han upp summan $6^{2022} + 7^{2022}$ på tavlan. Vilken är entalsciffran i summan?

Mr. Jungstrand likes to pose interesting problems to his Mathematics classes. Today, he wrote the sum $6^{2022} + 7^{2022}$ on the board. What is the final digit of the sum?

3. Brittias Barn

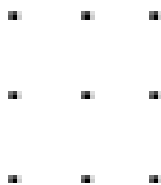
Britta har 6 barn. Några av hennes barn har också 6 barn och resten har inga barn alls. Britta har totalt 30 barn och barnbarn, men inga barnbarnsbarn. Hur många av Brittias barn och barnbarn har inga barn

Britta has 6 children. Some of her children have 6 children and the rest have none. Britta has a total of 30 children and grandchildren, and no great-grand children. How many of Britta's children and grandchildren have no children?

4. Rörliga rutnät

Tre olika punkter väljs slumpmässigt från rutnätet nedan. Vad är sannolikheten att punkterna ligger på en rät linje? Förenkla ditt svar.

A combination of three different points is randomly chosen from the grid shown. What is the probability that the points lie on the same straight line? Simplify your answer.



(Källa: artofproblemsolving.com)

5. Cosmos utmaning

Din vän Cosmo gillar alltid att utmana dig. En utmaning kallas "Delare och tal". Cosmo kommer att berätta vissa fakta om ett tals delare och sedan utmana dig att hitta talet. Här är Cosmos utmaning.

"Jag letar efter ett positivt heltal med exakt åtta positiva delare, varav två är 21 och 33." Bestäm Cosmos nummer.

Your friend Cosmo always likes challenging you. One challenge is called "Divisors and Number". Cosmo will tell you certain facts about the divisors of a number and then challenge you to find the number. Here is Cosmo's challenge.

"I am looking for a positive integer with exactly eight positive divisors, two of which are 21 and 33." Determine Cosmo's number.

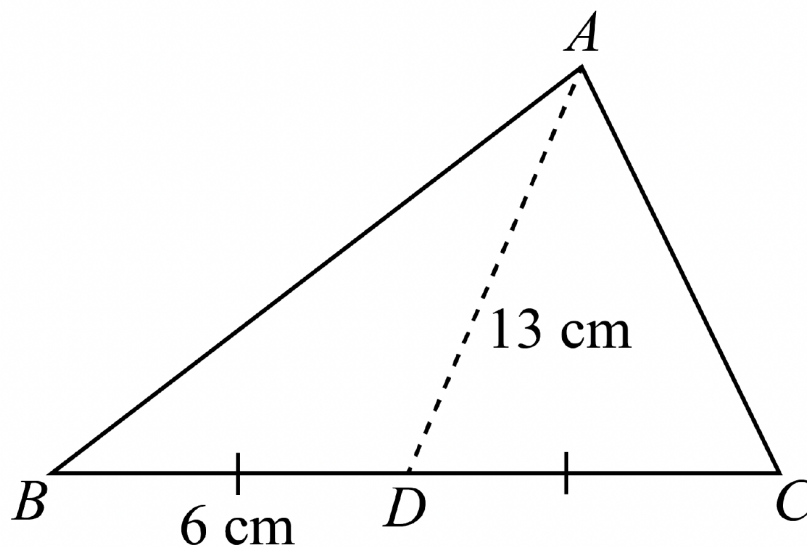
6. Mediansvår

En median är en sträcka som dras från spetsen på en triangel till mittpunkten på den motsatta sidan. I Triangel ABC dras en median från A till sida BC. D är alltså mittpunkten av BC. Längden på BD är 6 cm och längden på medianen AD är 13 cm.

Arean av triangeln ABC är 72 cm^2 . Bestäm längden på sidan AC. Svara exakt.

A median is a line segment drawn from the vertex of a triangle to the midpoint of the opposite side. In Triangle ABC, a median is drawn from vertex A, meeting side BC at point D. The length of BD is 6 cm and the length of the median AD is 13 cm.

The area of Triangle ABC is 72 cm^2 . Determine the length of side AC. Give the exact answer.



(ej skalenligt ritad / not to scale)

Del 3

Tid: max 20 minuter / Time: max 20 minutes

Inga digitala hjälpmedel tillåtna. / No tools allowed

Utslagsuppgift. Används endast om två lag har lika antal poäng från del 1 och 2.

Snabbast korrekt svar gäller.

Only used as a tie-breaker if two teams have equal points from parts 1 and 2.

Beräkna.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \dots \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{19}{21} \cdot \frac{20}{22}$$

Svara exakt och förenkla så långt som möjligt.

Calculate

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \dots \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{19}{21} \cdot \frac{20}{22}$$

Give the exact answer and simplify your answer.