

Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Pythagoras Quest Riksfinal 2023

Pythagoras Quest National Final 2023

Del 1 / Part 1

Tid: 60 min – 6 frågor

Time: 60 minutes - 6 questions

Max poäng: 18 poäng (3p/uppgift).

Max points: 18

Hjälpmiddel: Papper, penna och radergummi (ej miniräknare).

Pencil, paper and a rubber are allowed (no calculator)

Skriv varje uppgift på ett separat blad. Skriv lagets namn på alla papper!

Write your solutions to separate problems on different pages. Write your team name on every page.

Fullständiga lösningar krävs på del 1

Show your working for Part 1

1. Alien ages

Jag hade nyligen den otroliga möjligheten att prata med en intergalaktisk resenär om hennes möte med fyra utomjordiska varelser.

"Utlänningarna har lila hud, långa, floppiga ben och stora orangea ögon", sa hon till mig. "Och de avslöjade för mig den sanna naturen av mörk energi."

Jag ville veta mer....

"Tyvärr kommer jag inte ihåg något om det. Jag minns dock ett stort pussel de berättade för mig. Jag frågade dem om deras åldrar, och de sa att om du summerar åldrarna för endast tre av dem, är de möjliga summorna 24, 53, 54 och 61. De sa till mig att utifrån detta kunde jag räkna ut alla deras åldrar".

Tja, det är inte precis universums hemligheter, men det får duga.
Räkna ut åldern på de fyra utomjordingarna.

--

I recently had the incredible opportunity of talking to an intergalactic traveller about her encounter with four extraterrestrial beings.

"The aliens have purple skin, long, floppy legs and large orange eyes", she told me. "And they revealed to me the true nature of dark matter".

I leaned in close with excitement.

"Unfortunately, I don't remember anything about that. I do remember a great puzzle they told me, though. I asked them their ages, and they said that if you sum up the ages of only three of them, the possible totals are 24, 53, 54 and 61. From this, they told me that I could work out all four of their ages".

*Well, it isn't exactly the secrets of the universe, but it will have to do.
Work out the ages of the four aliens.*

(source:newscientist.com)

2. Knock Knock - Who's There?

Det knackade på professor Isacssons dörr. Det var brevbäraren..

"Ursäkta om jag stör, men kan du hjälpa mig? Detta brev har en kryptisk adress. Jag kan inte fatta det:"

*Till fastighetsägaren,
Huset med ett tal vars siffror när de multipliceras tillsammans ger fem gånger
siffersumman,
Långgatan.*

Professorn funderade. "Tja, du har kommit till rätt gata. och lyckligtvis finns det bara ett husnummer på denna gata med denna matematiska egenskap – huset i slutet på gatan, där Magnusson bor".

Husen i Långgatan är numrerade i turordning från 1 och uppåt, utan några luckor.

Hur många hus finns det på gatan?

There was a knock at Professor Isacsson's door. It was a postal worker.

"Excuse me disturbing you, but can you help? This letter has a cryptic address. I can't make head or tail of it:"

*To the Resident,
The house with a number whose digits when multiplied together give five times what they sum to, Long Road.*

The professor pondered. "Well, you've come to the right road. And, luckily, there's only one house number in the road with this mathematical property — the one at the end, where Mr Magnusson lives".

As you would expect, the houses in Long Road are numbered consecutively from 1 upwards, with no missing numbers.

How many houses are there in the road?

3. Out of sight out of mind

Två båtar färdas ifrån varandra i motsatta riktningar. En båt färdas österut med en konstant hastighet på 8 km/h och den andra båten färdas västerut med en annan konstant hastighet.

Vid ett tillfälle var båten som färdades österut 200 m öster om båten som färdades västerut, men 15 minuter senare åkte de ur varandras sikte.

Om sikten till sjöss den dagen var 5 km, bestäm den konstanta hastigheten i km/h på båten på väg västerut.

--

Two boats are travelling away from each other in opposite directions. One boat is travelling east at the constant speed of 8 km/h and the other boat is travelling west at a different constant speed.

At one point, the boat travelling east was 200 m east of the boat travelling west, but 15 minutes later they lose sight of each other.

If the visibility at sea that day was 5 km, determine the constant speed in km/h of the boat travelling west.

(source:CEMC)

4. Closing doors

Var och en av sex dörrar kan slumpmässigt vara antingen öppna eller stängda. Vad är sannolikheten att exakt två av de sex dörrarna är öppna?

--

Each of six doors is randomly either open or closed. What is the probability that exactly two of the six doors are open?

5. Hitch a Lift

Det finns sex personer i en hiss. Summan av åldrarna är 190 och medianåldern är 22. Från yngsta till äldsta, heter personerna i hissen Ashish, Brook, Calista, Dipak, Enid och Freyja.

Hissen stannar och Ashish och Enid kliver av. Medelåldern (genomsnittsåldern) för de återstående fyra personerna i hissen är då 30. Hissen stannar då igen och Brook och Calista kliver av. Medelåldern för de återstående två personerna i hissen är då 40.

Om Ashish är 18 år och varje persons ålder är ett olikt positivt heltal, hur gammal är Freyja?

--

There are six people in a lift. The sum of all six of their ages is 190 and the median age is 22. From youngest to oldest, the names of the people in the elevator are Ashish, Brook, Calista, Dipak, Enid, and Freyja.

The lift stops and Ashish and Enid get off. The mean (average) age of the remaining four people in the lift is then 30. The lift then stops again and Brook and Calista get off. The mean age of the remaining two people in the lift is then 40.

If Ashish is 18 years old, and each person's age is a different positive integer, how old is Freyja?

(källa: CEMC)

6. Tricolore

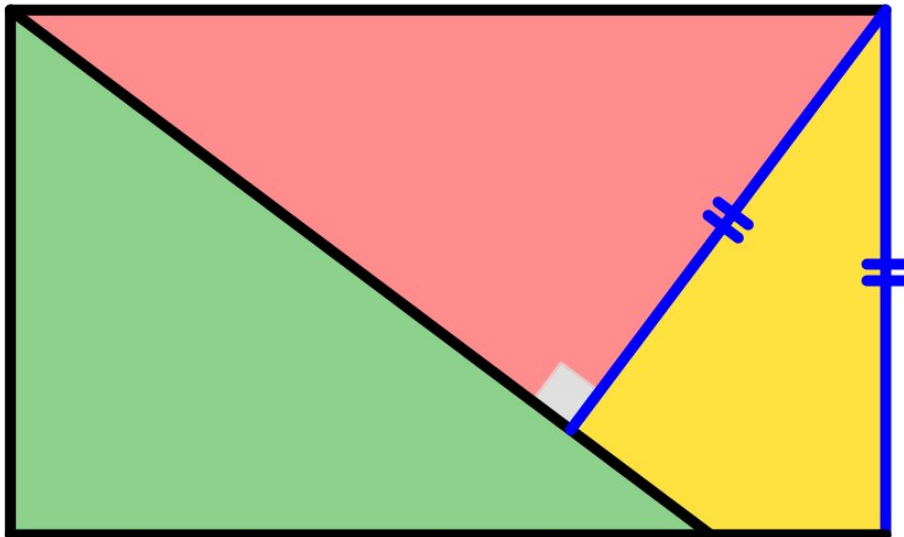
Aren av det gula området är en femtedel av hela rektangelns area. Vad är

$$\frac{\text{rektangelns höjd}}{\text{rektangelns bas}}?$$

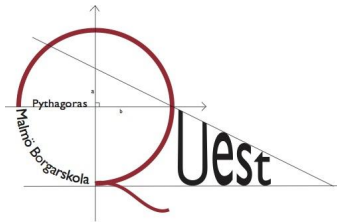
--

The area in yellow is one fifth the area of the entire rectangle. What is the

$$\frac{\text{height of the rectangle}}{\text{the base of the rectangle}}?$$



(källa: twitter.com)



Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Del 2 / Part 2

Tid : 30 min – 6 frågor / *Time: 30 minutes - 6 questions*

Max poäng: 12 poäng (2p/uppgift). / *Max points: 12 (2p per question)*

Hjälpmedel : Papper, penna och radergummi (ej miniräknare). / *Paper, pencil and rubber allowed.*

Skriv alla svar på ett papper och skriv lagets namn på svarsappret. / *Write all answers on one sheet and write the team name on that sheet*

Endast svar krävs på del 2! / *Only your final answers are required for Part 2*
Del 2

1. Billig middag

Vid en insamling som anordnas av en lokal restaurang kan kunderna betala hur mycket eller lite de vill för en måltid, så länge de betalar minst 1 kr. Eventuell vinst skänks till en lokal välgörenhetsorganisation. En kväll var medelpriset per kund 55 kr. Ytterligare en kund kom in och betalade 70 kr för en måltid, vilket ökade snittet till 56 kr.

Vilket är det högsta möjliga priset som en kund kunde ha betalat för sin måltid den kvällen?

--

At a fundraiser hosted by a local restaurant, customers can pay as much or as little as they like for a meal, as long as they pay at least 1 SEK. Any profits are donated to a local charity. One evening, the mean (average) price paid per customer was 55 SEK. One more customer walked in and paid 70 SEK for a meal, bringing the average up to 56 SEK.

What is the highest possible price that a customer could have paid for their meal that evening?

2. Bråka inte om differensen

Beräkna differensen $a - b - c$ om $\frac{a}{b} = 6$, $b \cdot c = \frac{4}{49}$ och $c = \frac{3}{7}$.

Calculate the difference $a - b - c$ if $\frac{a}{b} = 6$, $b \cdot c = \frac{4}{49}$ and $c = \frac{3}{7}$.

3. Train Trouble

Jag har ett tåg att hinna med! Jag tittar på klockan och inser att, baserat på tidigare erfarenheter, om jag skulle ge mig ut just nu och gå till stationen, skulle jag missa mitt tåg med 10 minuter. Men om jag skulle springa det snabbast jag kan skulle jag vara 15 minuter för tidigt. Jag bestämmer mig för att springa halva sträckan och gå resten. Men var är mina löparskor? Efter ett frenetiskt letande hittar jag dem och jag lämnar huset 2 minuter senare.

Hinner jag med tåget och med hur många sekunders marginal?

I have a train to catch! I look at the clock and realise that, based on past experience, if I were to set out right now and walk to the station, I would miss my train by 10 minutes. However, if I were to run at my top speed, I would be 15 minutes early. I decide to run for half the distance and walk the rest of the way. But where are my running shoes? After a frantic search, I find them and I leave the house 2 minutes later.

Do I make the train and if so how many seconds do I have to spare?

(source:newscientist.com)

4. Klämmis

Two integers are inserted into the list 3, 3, 8, 11, 28 to double its range (largest minus smallest). The mode and median remain unchanged. What is the maximum possible sum of the two additional numbers?

--

Two integers are inserted into the list 3, 3, 8, 11, 28 to double its range (largest minus smallest). The mode and median remain unchanged. What is the maximum possible sum of the two additional numbers?

5. 3142

Siffrorna 1, 2, 3, 4 kan kombineras för att bilda tjugofyra olika firsiffriga tal. Om dessa tjugofyra siffror sedan rangordnas från det minsta till det största, i vilken position är 3142?

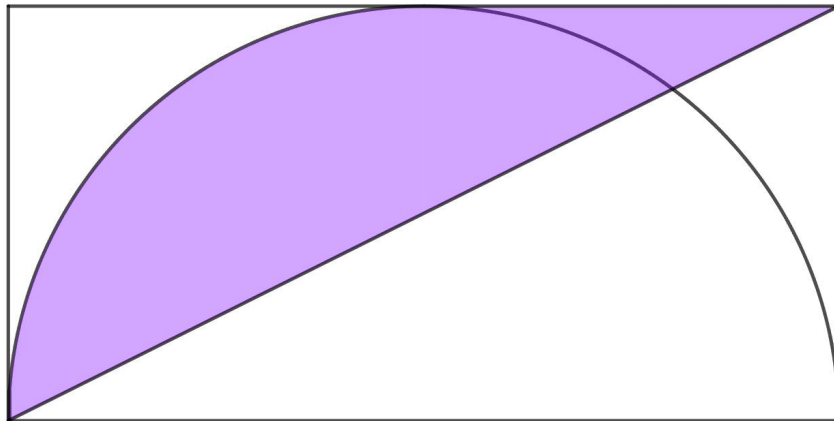
--

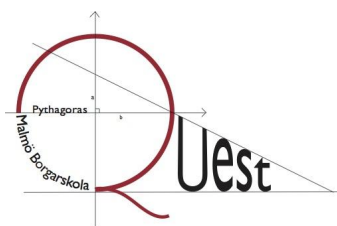
The digits 1, 2, 3, 4 can be arranged to form twenty-four different four-digit numbers. If these twenty-four numbers are then listed from the smallest to largest, in what position is 3142?

6. Purple haze

En halvcirkel med radie r är inskriven i en rektangel som i bilden nedan. Hur stor andel av figuren är skuggad? Svara exakt

A semicircle with radius r is inscribed in a rectangle as in the picture below. What percentage of the figure is shaded? Give the exact answer.





Handelskammaren
I sydsvenska företags intresse

Del 3 / Part 3

Endast svar gäller.

Snabbast korrekt svar gäller.

Används endast för att skilja mellan två lag med identiska poäng efter Del 1 och 2.

Answer only required. Only used to separate teams with identical points after Parts 1 and 2. Quickest correct answer wins.

Bag-atelle

Fem finns i en påse: Varje boll är märkt med antingen en 2:a, 4:a, 6:a, 8:a eller 10:a, ingen boll har samma märkning. En boll tas ur påsen, numret registreras och läggs sedan tillbaka i påsen. Detta upprepas en andra och tredje gång.

Bestäm sannolikheten för att produkten av de tre inspelade heltalen inte är en potens av 2. Svara som ett bråk och förenkla ditt svar så långt som möjligt.

Five balls are placed in a bag: Each ball is labelled with either a 2, 4, 6, 8, or 10, with no ball having the same label as any other. One ball is removed from the bag, the number is recorded and then replaced into the bag. This is repeated a second and third time.

Determine the probability that the product of the three recorded integers is not a power of 2. Answer as a fraction and simplify your answer as much as possible.